

Doppelplanet Erde - Mond



Eine Gedankenreise zur Erde...

Von einem Ort in der Milchstraße, der 700 Billionen Kilometer von der Sonne entfernt ist (ungefähr 75 Lj) wollen wir gedanklich mit Lichtgeschwindigkeit auf die Erde zufliegen...

Diese Ausgangsentfernung entspricht etwa $1/1000$ des Durchmessers des galaktischen Systems und etwa das 5-millionenfache des Abstandes der Erde zur Sonne (=1 AU)

→ setzt man $1 \text{ AU} = 15 \text{ cm}$, dann entspricht das einer Entfernung von 700 km

Bei sehr guter Dunkeladaptation der Auge könnte man die Sonne – wenn man sie überhaupt unter den Sternen der Milchstraße sicher identifizieren könnte, als einen Lichtpunkt von gerade einmal 6,6 Größenklassen ausmachen.



Bei unserem Flug mit Lichtgeschwindigkeit nimmt die Helligkeit des Sterns, den wir Sonne nennen, nur ganz langsam zu. Erst nach einer Reisedauer von 65 Jahren erreicht er schließlich die Helligkeit des Polarsterns (rund 2 Größenklassen)

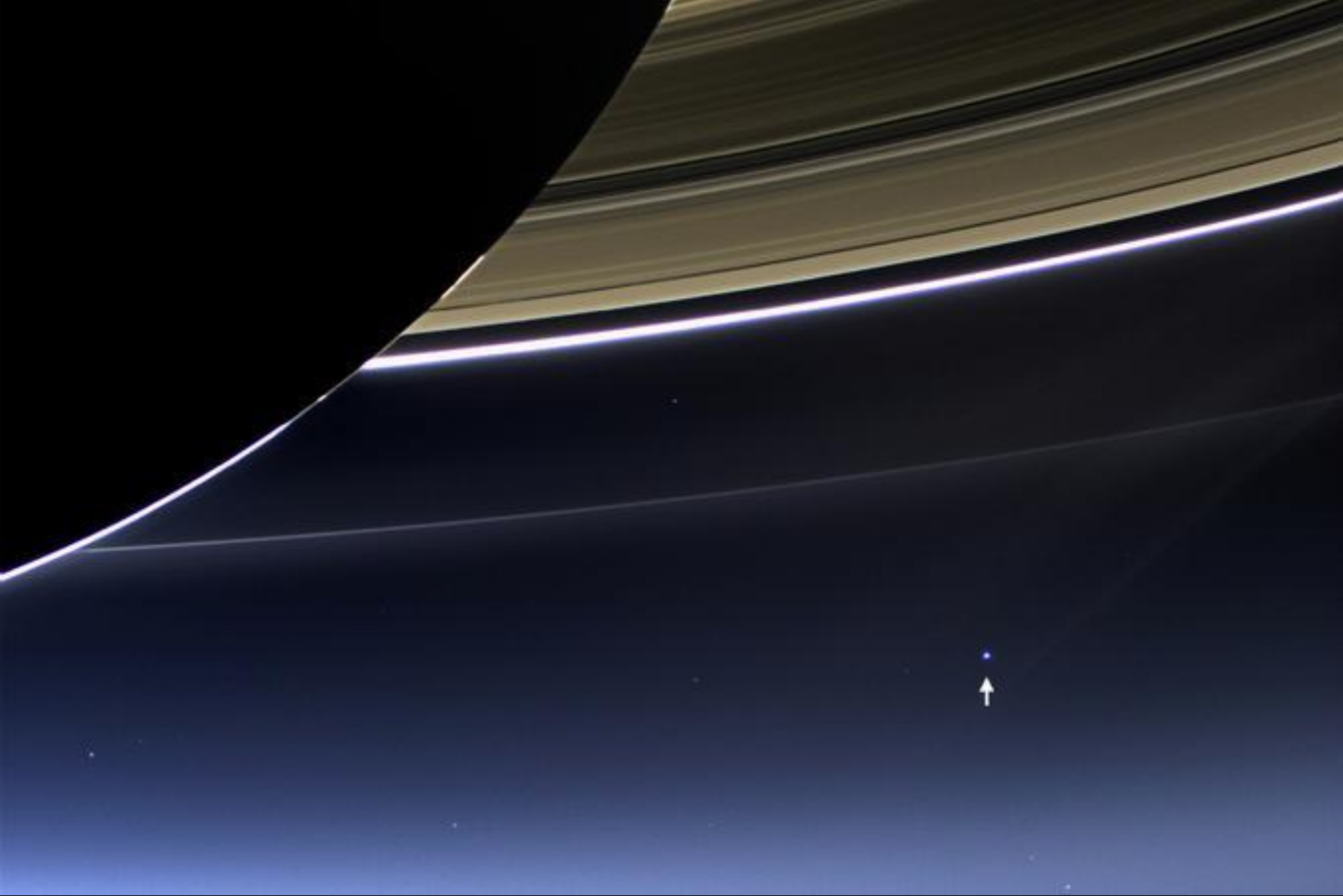
Erst nach 74,5 Jahren Reisezeit (~ 1000 Pluto-Abstände von der Sonne) erreicht die Sonne ungefähr die Helligkeit der Venus in ihrem größten Glanz.

Erst in einer Entfernung von ~ 7 Milliarden km (50 AU) kann man die Erde als Lichtpünktchen von 6. Größe in ca. 2 Vollmonddurchmessern Abstand ($\sim 1^\circ$) entdecken, wenn man die gleißend helle Sonne (die immer noch als Lichtpunkt erscheint) ausblendet. Jetzt dauert es nur noch 7 Stunden, bis die Erde erreicht ist.

In einer Entfernung von 1,5 Milliarden km erreicht die Erde eine Helligkeit von 3 Größenklassen.

In einer Entfernung von 800 Millionen km wird sie zum ersten Mal heller als die hellsten Sterne des Sternbilds des Großen Wagens. Noch 100 Millionen km näher wird schließlich auch der Mond sichtbar... (Abstand maximal 2 Bogenminuten)

In einer Entfernung von 150 Millionen km ($=1$ AU) erreicht die Erde die Helligkeit Jupiters, während der Mond in ca. 9 Bogenminuten Abstand immer noch etwas schwächer als der Polarstern ist. Die Sonne ist nur wenig schwächer als auf der Erde.



Erde, aufgenommen von der Raumsonde Cassini aus dessen Saturnumlaufbahn...

Um die Erde zum ersten Mal mit freiem Auge als Scheibchen wahrzunehmen, muss man sich ihr auf 25 Millionen km nähern. Der Mond erscheint dagegen erst aus einer Entfernung von ~ 7 Millionen km als Scheibchen...



In 4 Millionen km Entfernung ist die Erde eine weiß bis weißblau strahlende Scheibe von ca. $1/3$ des scheinbaren Vollmonddurchmessers (11 Bogenminuten), auf der jedoch mit freiem Auge nur schwer Details wahrzunehmen sind. Der Mond befindet sich dann in maximal $5,5^\circ$ Entfernung (Abstand der hinteren Kastensterne des „Großen Wagens“) und hat einen Winkeldurchmesser von 3 Bogenminuten.



Erde und Mond bilden aufgrund ihres Masseverhältnisses von 81:1 eine Ausnahme unter den Planeten des Sonnensystems

Besonderheit:

Die Mondbahn um die Sonne ist im heliozentrischen Koordinatensystem immer, d.h. an jedem Punkt ihrer Bahn, zur Sonne hin gekrümmt. Die Bewegung um die Erde (eine Ellipse im geozentrischen Koordinatensystem) ist nur eine geringfügige Abweichung der ellipsenförmigen Mondbahn um die Sonne. Da sich der Mond aber innerhalb der Hill-Sphäre der Erde / Sonne befindet, ist er an ihr gravitativ gebunden.

→ Erde und Mond bilden einen sogenannten **Doppelplaneten**

Die Beschleunigung des Mondes zur Sonne hin ist etwa doppelt so groß, wie zur Erde hin ($b_s/b_e=2,2$). Somit „fällt“ der Mond stets in Richtung Sonne, und folglich ist die Mondbahn stets zur Sonne hin gekrümmt. Die Krümmung wechselt bei einem „Umlauf“ um die Erde nie ihr Vorzeichen.

Vollmond: Beschleunigungsanteil von Sonne und Erde addieren sich

Neumond: Beschleunigungsanteil von Sonne und Erde subtrahieren sich

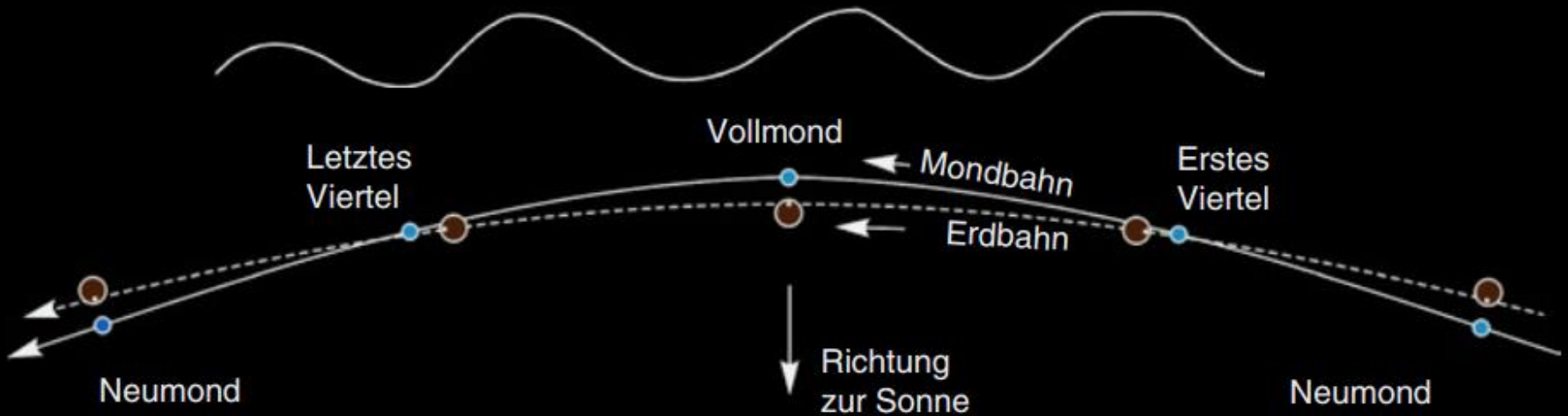
Bei Neumond ist die Mondbahn zur Sonne am geringsten gekrümmt



Heliozentrische Bahn des Mondes um die Sonne



Der Mond beschreibt weder eine Schleifen- noch Wellenbahn....



Im heliozentrischen System bewegt sich nicht der Erdmittelpunkt, sondern das Baryzentrum des Erde-Mond-Systems auf einer Ellipsenbahn um die Sonne. Dabei liegt das Baryzentrum ~ 1700 km tief im Erdmantel in Mondrichtung.

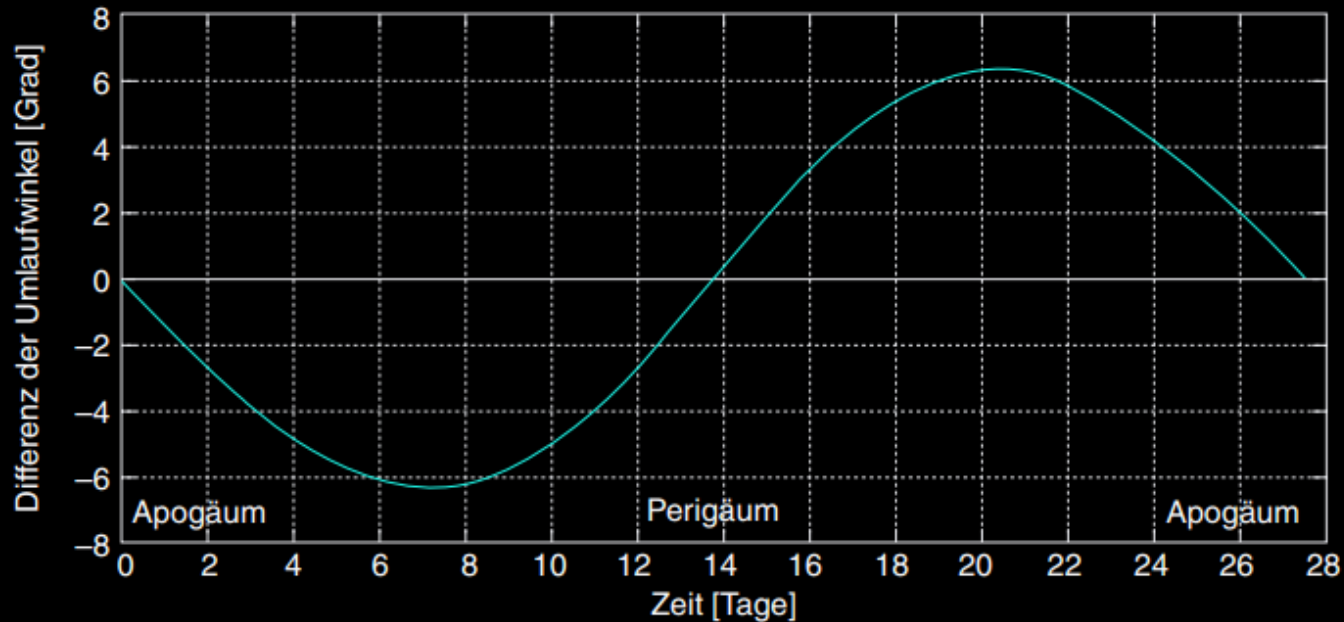
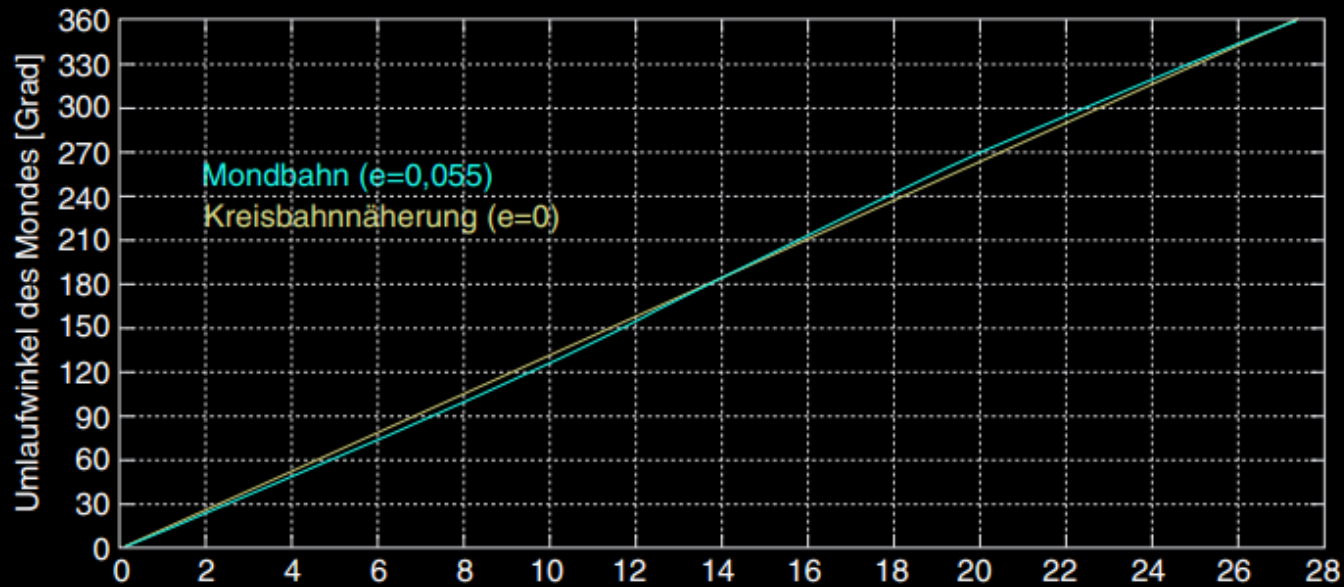
Die Ebene, auf der sich das Baryzentrum des Erde-Mond-Systems bewegt, nennt man **Ekliptikalebene**. Sie ist eine Fundamentalebene des Sonnensystems.

Da die Mondbahnebene um etwa 5° gegen die Ekliptik geneigt ist, bewegen sich Erdmittelpunkt und Mond mit der Periode eines drakonitischen Monats mal über, mal unter der Ekliptik.

→ Von der Erde aus betrachtet erscheinen diese Schwingungen als entsprechende Bewegungen der scheinbaren Sonnenbahn.

Hinweis: Der **drakonitische Monat** als der Zeitabstand zwischen zwei Durchgängen des Mondes durch denselben Bahnknoten dauert im Mittel nur 27,2 Tagen, d. h. er ist etwas kürzer als ein Mondumlauf um die Erde (**siderischer Monat**, 27,32 Tage).

Im baryzentrischen Koordinatensystem ist die Mondbahn eine um $5,156^\circ$ zur Ekliptik geneigte Ellipse mit einer Exzentrizität von $e=0,055$ und einer großen Bahnhalbachse von $383.397,792$ km.



Oben: Winkelposition des Mondes im Laufe eines anomalistischen Monats (Zeit zwischen zwei Perigäumsdurchgängen, 27,55 Tage) nach dem 2. Kepler'schen Gesetz im Vergleich zum „mittleren“ Mond.

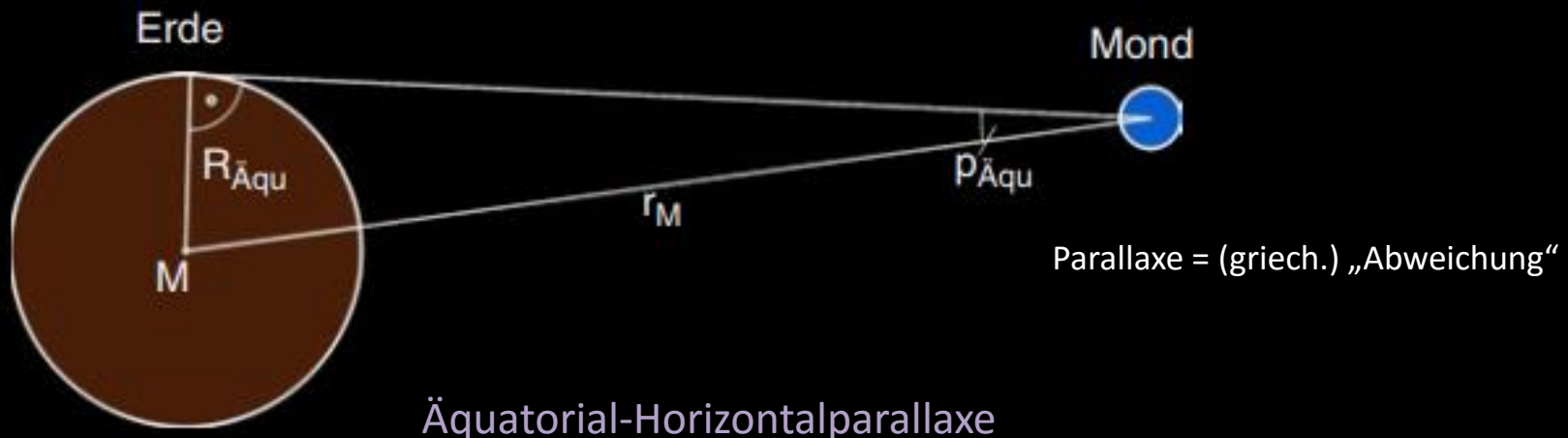
Unten: Differenz der beiden Kurven aus dem oberen Bild = Große Ungleichheit

Etwas Astronomiegeschichte: Wie weit ist der Mond von der Erde entfernt?

Das Problem der Ermittlung der (ungefähren) Mondentfernung wurde bereits in der griechischen Antike durch den Astronomen Hipparchos von Nicäa (um 190 v. Chr. in Nicäa bis ~ 120 v. Chr. wahrscheinlich auf Rhodos) gelöst. Sein von ihm ermittelter Wert hatte bis in die Neuzeit Bestand.



Bestimmung der Mondparallaxe



Die Äquatorial-Horizontalparallaxe $p_{\text{Äqu}}$ ist der größtmögliche Wert des parallaktischen Winkels, der auftritt, wenn der Äquatorradius als Basis dient. Für den Mond gilt

$$\sin p_{\text{Äqu}} = R_{\text{Äqu}}/r_M, \quad \text{mit } R_{\text{Äqu}} = 6378 \text{ km} = \text{Äquatorradius.}$$

Im Mittel ist $p_{\text{Äqu}} = 57,04'$, also ungefähr 1° , was zwei Vollmondbreiten entspricht.

Zum Vergleich: Die Horizontalparallaxe der Sonne beträgt im Mittel nur $8,794''$

Methode: Man bestimmt die Position des Mondes unter den Sternen bei Mondaufgang und nochmals bei Monduntergang und berücksichtigt dabei den vom Mond während dieser Zeit am Himmel zurückgelegten Weg ($\sim 13^\circ$ pro Tag). Aus der Abweichung zwischen berechneten Ort und beobachteten Ort und der Basis (breitenabhängig!) läßt sich die Äquatorial-Horizontalparallaxe berechnen.

→ Hipparch erhielt einen mittleren Wert von $67 \frac{1}{3}$ Erdradien (exakter Wert $60,3$)

Dieser Wert hatte bis zu Kepler's Zeiten Bestand und wurde erst um 1750 entscheidend verbessert (Lalande, Lacaille).

Trigonometrische Parallaxe des Mondes

Um die Parameter der Mondbahn entscheidend zu verbessern, wurden im 18. Jhd. einige Expeditionen unternommen, um die Mondparallaxe direkt zu bestimmen.

Methode: Gleichzeitige Messung der Mondposition von zwei verschiedenen Orten

1750: Berlin und Kapstadt

um 1800 : Greenwich und Kapstadt

Die ermittelten Werte lagen dabei schon sehr genau am wahren Wert

Nach dem zweiten Weltkrieg wurde die Radartechnik (Laufzeitmessungen) zur direkten Entfernungsmessung Erde - Mond eingesetzt und damit die Genauigkeit auf ± 100 m erhöht.

Heute verwendet man Laufzeitmessungen von Laserimpulsen (die Meßgenauigkeit liegt bei ungefähr $1 \text{ ns} = 10^{-9} \text{ s}$), die von insgesamt 4 Katzenaugenspiegeln, die bei den Apollo- und dem Lunar-Missionen auf dem Mond installiert wurden, reflektiert werden. Damit läßt sich die Mondentfernung mit einem Fehler von 2 bis 3 Zentimeter genau bestimmen.

Die Bestimmung der Masse des Mondes

Alle Methoden der Massebestimmung beruhen auf der Ausnutzung der Gravitationswirkung des Mondes auf andere Himmelskörper, z. B. der Erde.

Klassische Methode

Die Masse des Mondes verhält sich zur Erdmasse wie der Abstand des Erdmittelpunkts vom Schwerpunkt des Systems (4800 km) zum Abstand des Mondmittelpunkts vom Schwerpunkt des Systems (384000 km).

Daraus ergibt sich die Masse des Mondes zu:

$$m_{Mond} = \frac{4800}{384000} m_{Erde}$$
$$= 1/80 m_{Erde}$$

Der Fehler des auf diese Weise ermittelten Wertes ist jedoch recht groß, weshalb man heute ein anderes Verfahren anwendet. Man misst die Fallbeschleunigung von Satelliten auf einer Mondumlaufbahn, um daraus die Masse des Mondes abzuleiten.

Der genaueste Wert liegt bei $m_{Erde} / m_{Mond} = 81,303 \pm 0,001$